ANÁLISIS NUMÉRICO I — Examen Final

11 de Agosto de 2021

Nombre	Carrera	Condición

La resolución de los ejercicios deberá ser clara y detallada, **justificando cada paso**.
Antes de subir el archivo, verificar que estén todas las hojas escaneadas, ordenadas y legibles.

PARTE PRÁCTICA

1. Considerar la ecuación de Kepler:
$$0{,}5 - x + 0{,}2 \cdot sen(x) = 0.$$
   a) Determinar un intervalo y una función de iteración tal que pueda aplicarse el método del punto fijo para aproximar la solución con error menor que $5 \cdot 10^{-5}$. Indicar la cantidad de iteraciones necesarias.
   b) Determinar la función de iteración para hallar la solución utilizando el método de Newton.

2. Calcular una aproximación de $\sqrt[3]{2}$ utilizando el polinomio de interpolación de la función $f(x) = 2^x$ en los puntos $\{-1, 0, 1, 2\}$, y dar una cota del valor absoluto del error cometido.

3. Calcular los coeficientes y nodos para que la fórmula de integración numérica
$$\int_{-1}^{1} f(x)dx \approx A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1)$$
tenga el máximo orden de exactitud. Indicar cuál es el orden de exactitud alcanzado. Aplicar la fórmula para aproximar la integral
$$\int_{-1}^{1} (1 + x^2) sen(x)\ dx.$$

PARTE TEÓRICA

1. Enunciar y demostrar el teorema donde se definen las diferencias dividas a partir de otras anteriores.

   En los dos ejercicios siguientes deberá escoger una respuesta y justificar adecuadamente y con precisión su elección.

2. Una regla de integración numérica tiene precisión n si:
   a) integra exactamente al polinomio x^n;
   b) integra exactamente a los n polinomios x^k, para $k = 1, \dots, n$;
   c) integra exactamente a los n polinomios x^k, para $k = 0, \dots, n-1$;
   d) integra exactamente a los $n+1$ polinomios x^k, para $k = 0, \dots, n$;
   e) ninguna de las otras respuestas es correcta.

3. Sea $A = \{g_0, g_1, \dots, g_n\}$ un conjunto de funciones definidas en el intervalo I y w una función de peso definida en I.
   a) si A es un conjunto ortogonal con respecto a w, entonces A es un conjunto linealmente dependiente;
   b) Si A es un conjunto linealmente independiente entonces A es un conjunto ortogonal con respecto a w;
   c) Si A es un conjunto linealmente independiente entonces A es un conjunto ortonormal con respecto a w;
   d) si A es un conjunto ortogonal con respecto a w, entonces A es un conjunto linealmente independiente;
   e) ninguna de las otras respuestas es correcta.

EJERCICIO PARA ALUMNOS LIBRES

1. Resolver el siguiente problema de Programación Lineal utilizando el método gráfico:
$$\begin{array}{rl} \text{minimizar} & z = -2x_1 + x_2 \\ \text{sujeto a} & x_1 + x_2 \leq 5 \\ & x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{array}$$